Università degli Studi di Bergamo
Facoltà di Ingegneria

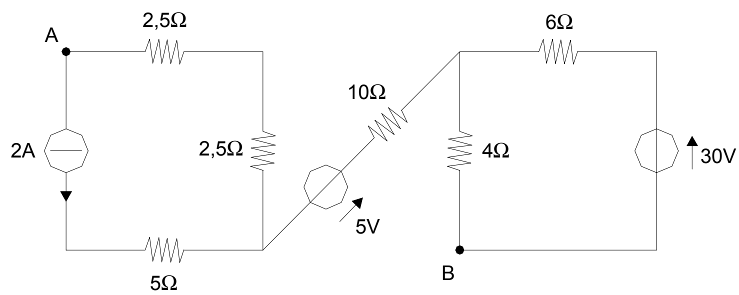
Corso di Elettrotecnica A.A. 2001/02

Scritto del 26 marzo 2002

Soluzione a cura di Joys Riva

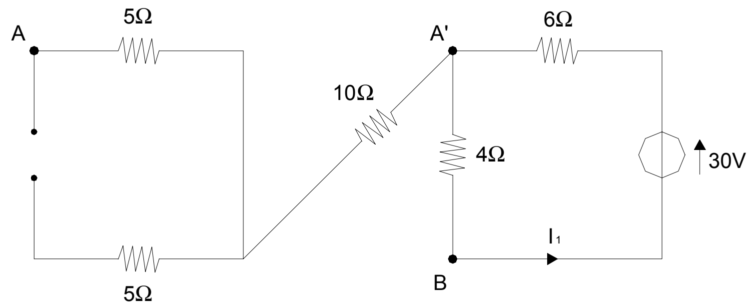
ESERCIZIO 1

Dato il circuito in figura, determinare la tensione V_{AB}.



Utilizzo il metodo della sovrapposizione degli effetti:

a) Tengo acceso solo il generatore di tensione da 30 V, sostituendo il generatore di tensione da 5 V con un cortocircuito e il generatore di corrente con un circuito aperto:



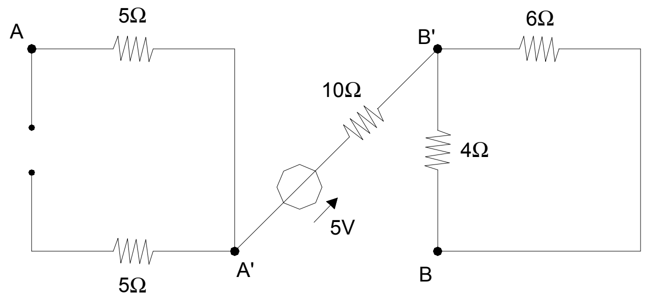
La corrente circola solo nella maglia di destra; perciò i punti A e A' in figura sono allo stesso potenziale.

$I_1 = V / R$ dove $R = (4 + 6) = 10\ \Omega$ => $I_1 = 30 / 10 = 3$ A

La tensione tra A' e B, lungo il ramo con il generatore vale:

$V_{A'B} = V_{AB} = V - I_1 \times R = 30 - 3 \times 6 = 12$ V

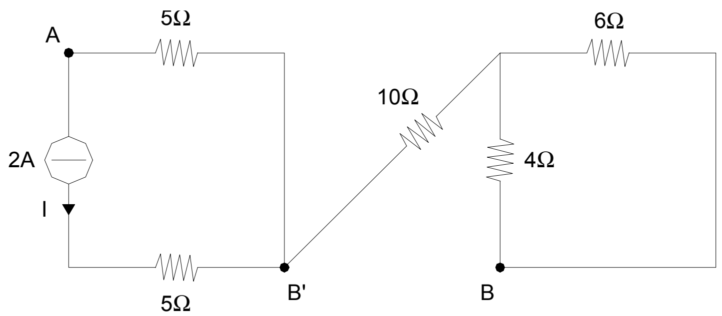
b) Tengo acceso solo il generatore di tensione da 5 V, sostituendo il generatore di tensione da 30 V con un cortocircuito e il generatore di corrente con un circuito aperto:



Non circola corrente perciò la differenza di tensione tra i punti A e B è esattamente quella fornita dal generatore di tensione:

$V_{A'B'} = V_{AB} = -5V$

c) Tengo acceso solo il generatore di corrente, sostituendo i due generatori di tensione con due cortocircuiti:



La corrente circola solo nella maglia di sinistra (2 A), perciò i punti B e B’ in figura sono allo stesso potenziale:

La tensione tra A e B’, lungo il ramo con la sola resistenza da 5 Ω vale:

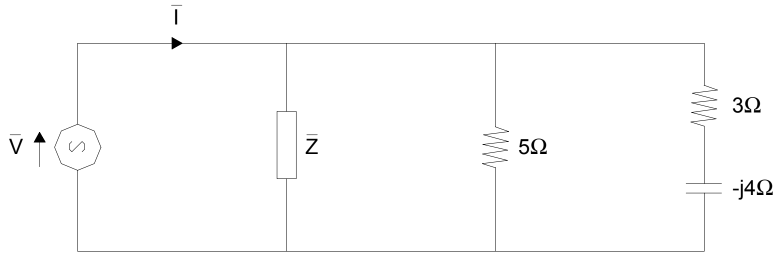
$V_{AB'} = V_{AB} = -(I \times R) = -(2 \times 5) = -10$ V

In conclusione, sovrapponendo gli effetti dei tre generatori:

$V_{AB} = 12 - 5 - 10 = -3$ V

ESERCIZIO 2

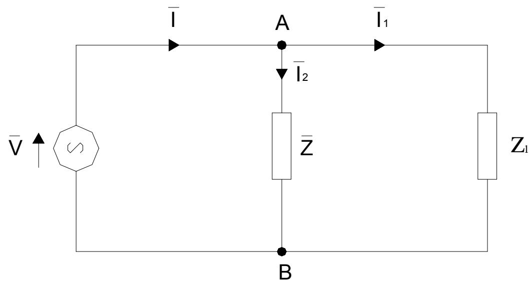
Dato il circuito in figura, determinare $\underline{Z}$, sapendo che $\underline{V}=50e^{j30°}$ V e $\underline{I}=27{,}9e^{j57{,}8°}$A.



L'impedenza equivalente $\underline{Z}_1$ dei due rami a destra in parallelo vale:

$\underline{Z}_1 = (5 \times (3 – j4)) / (5 + (3 – j4)) = 2{,}5 – j1{,}25\ \Omega$

Il circuito quindi diventa:



I tre rami sono in parallelo, perciò ai loro capi la differenza di potenziale è sempre quella fornita dal generatore di tensione.
La corrente $\underline{I}_1$ in figura pertanto vale:

$\underline{I}_1 = \underline{V} / \underline{Z}_1 = 50e^{j(\pi/6)} / (2{,}5 – j1{,}25) = 17{,}9\ e^{j0{,}987}$ A (in forma rettangolare 9,856 + j14,928 A)

Applico al nodo A in figura la legge di Kirchoff ai nodi:

$\underline{I} – \underline{I}_1 – \underline{I}_2 = 0$

e ricavo la corrente $\underline{I}_2$ che percorre l'impedenza $\underline{Z}$:

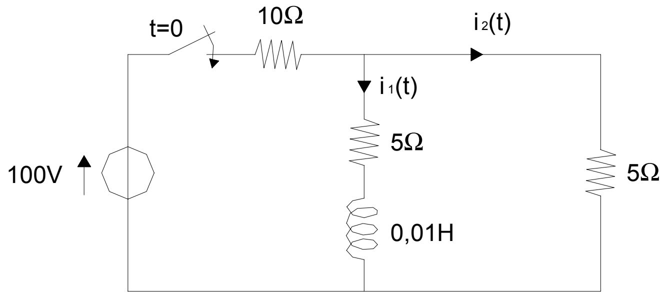
$\underline{I}_2 = \underline{I} – \underline{I}_1 = 27{,}9e^{j1{,}008} – 17{,}9\ e^{j0{,}987} = 10{,}02e^{j1{,}045}$ A (in forma rettangolare 5,03 + j8,668 A)

infine posso calcolare l'impedenza incognita $\underline{Z}$:

$\underline{Z} = \underline{V}\ /\ \underline{I}_2 = 50e^{j(\pi/6)} / 10{,}02e^{j1{,}045} = 4{,}989e^{–j0{,}521}\ \Omega$ (in forma rettangolare 4,326 – j2,486 Ω)

ESERCIZIO 3

Dato il circuito in figura, determinare e rappresentare graficamente $i_1(t)$ e $i_2(t)$ per t >0.

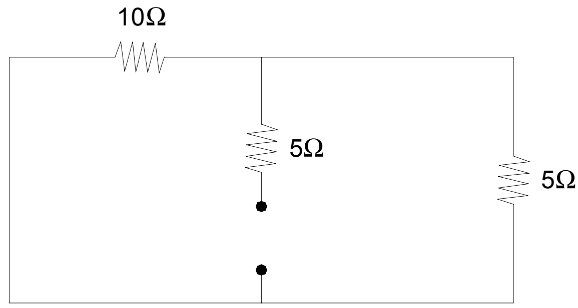


Tutte le correnti del circuito sono descritte nel tempo da una legge del tipo $i(t) = A + Be^{-(t/T)}$

Cerco la soluzione per la corrente $i_1(t)$:

a) Calcolo della costante T:

rendo la rete passiva e calcolo la resistenza equivalente R_{eq} ai capi dell'induttore:

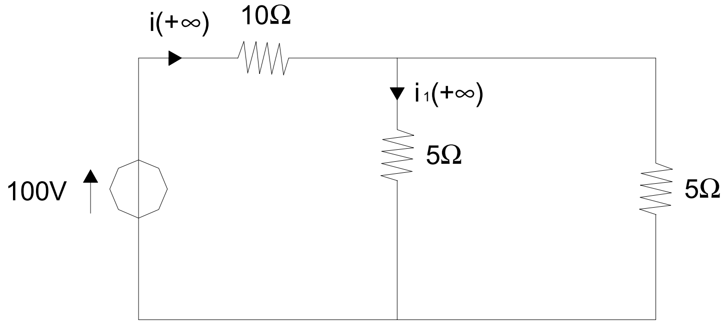


$R_{eq} = 5 + (10 \times 5) / (10 + 5) = 25 / 3\ \Omega$

$T = L / R_{eq} = 0{,}01 \times 3 / 25 = 0.0012$ s

b) Calcolo della costante A:

La costante A è la soluzione a regime (t=+∞); in queste condizioni l'induttore si comporta come un cortocircuito:



La resistenza equivalente R ai capi del generatore di tensione vale:

$R = 10 + (5 \times 5) / (5 + 5) = 25 / 2\ \Omega$

La corrente $i(+\infty)$ che passa nel ramo del generatore vale:

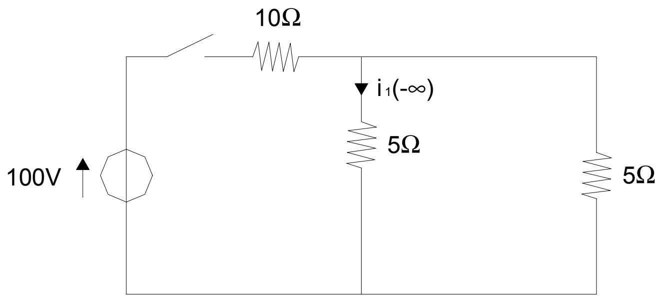
$i(+\infty) = V / R = 100 \times 2 / 25 = 8$ A

Applicando il partitore di corrente calcolo $i_1(+\infty)$:

$i_1(+\infty) = 8 \times 5 / (5 + 5) = 4$ A

c) Calcolo della costante B:

La costante B si ottiene ponendo nella soluzione le condizioni iniziali; calcolo perciò la corrente i_1 per $t = -\infty$:



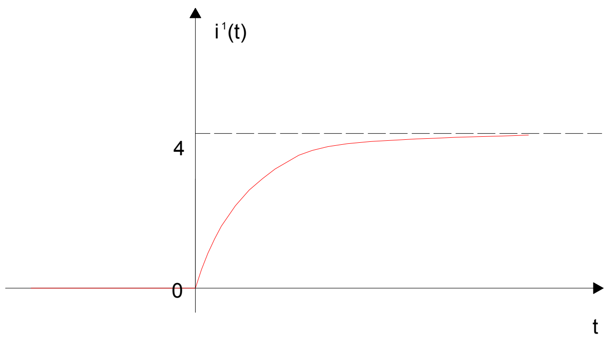
Non circola corrente: $i_1(-\infty) = 0$ A

$i_1(-\infty) = i_1(0^-) = i_1(0^+)$ perché in un induttore la corrente è continua; perciò posso scrivere:

$0 = A + Be^{-(0/T)}$ => $0 = 4 + B$ => $B = -4$

In definitiva la corrente $i_1(t)$ vale:

$i_1(t) = 4 - 4e^{-833t}$



Per calcolare la corrente $i_2(t)$, applico al circuito di partenza la legge di Kirchoff alle maglie per la maglia esterna (1) e la legge di Kirchoff ai nodi per uno dei due nodi (2); ottengo il seguente sistema:

$$\begin{cases} 100 - 10i(t) - 5i_2(t) = 0 & (1) \\ i(t) - i_1(t) - i_2(t) = 0 & (2) \end{cases}$$

dalla (2) ricavo $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$ e la sostituisco nella (1) ottenendo, dopo avere scritto $i_1(t)$ nella forma precedentemente calcolata:

$$60 - 40e^{-833t} - 15i_2(t) = 0$$

da cui:

$$i_2(t) = 4 + 2{,}67e^{-833t}$$