



Università di Bergamo
Facoltà di Ingegneria

Intelligenza Artificiale

Paolo Salvaneschi

A7_2 V1.1

Logica proposizionale

Il contenuto del documento è liberamente utilizzabile dagli studenti, per studio personale e per supporto a lezioni universitarie.

Ogni altro uso è riservato, e deve essere preventivamente autorizzato dall' autore.

Sono graditi commenti o suggerimenti per il miglioramento del materiale

Nota: è utilizzato in parte il materiale didattico associato al testo di Stuart J. Russell, Peter Norvig

INDICE

- Logica proposizionale (PL)
- Sintassi
- Semantica

Calcolo delle proposizioni

- Aspetto ontologico (la natura della *realtà*)
 - Esistono “fatti”
- Aspetto epistemologico (gli stati della conoscenza)
 - L’agente crede un fatto falso o vero o non è in grado di decidere

Sintassi

- Alfabeto
- Connettivi proposizionali :
 - \neg negazione(unario)
 - $\wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow$ and, or, implicazione materiale, bicondizionale (binari)
- Costanti proposizionali True False (per denotare il vero e il falso)
- Un insieme non vuoto (finito o numerabile) di simboli proposizionali $P = \{ A, B, C, \dots \}$
- I simboli separatori ‘(’ e ‘)’.

Sintassi

- \Rightarrow Implicazione materiale (implication)
Anche scritta come \supset oppure \rightarrow
- \Leftrightarrow Bicondizionale

Sintassi

- Formule (frasi)

<i>Sentence</i>	→	<i>AtomicSentence</i> <i>ComplexSentence</i>
<i>AtomicSentence</i>	→	True False <i>Symbol</i>
<i>Symbol</i>	→	P Q R ...
<i>ComplexSentence</i>	→	\neg <i>Sentence</i>
		(<i>Sentence</i> \wedge <i>Sentence</i>)
		(<i>Sentence</i> \vee <i>Sentence</i>)
		(<i>Sentence</i> \Rightarrow <i>Sentence</i>)
		(<i>Sentence</i> \Leftrightarrow <i>Sentence</i>)

BNF di formule in logica proposizionale

Sintassi

- Letterale
 - Frase atomica (letterale positivo) o
 - Frase atomica negata (letterale negativo)

Sintassi

- Utilizzo stretto delle parentesi (ogni frase costruita con operatori binari deve essere tra parentesi)
- Oppure precedenza degli operatori

$\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

La formula $\neg A \wedge \neg B$

viene parentetizzata come $((\neg A) \wedge (\neg B))$.

La formula $A \wedge B \vee C$

viene parentetizzata come $((A \wedge B) \vee C)$.

La formula $A \rightarrow B \rightarrow C$

(*) viene parentetizzata come $(A \rightarrow (B \rightarrow C))$.

La formula $\neg A \wedge \neg B \rightarrow C \wedge D \wedge E$

viene parentetizzata come $((\neg A) \wedge (\neg B)) \rightarrow (C \wedge (D \wedge E))$.

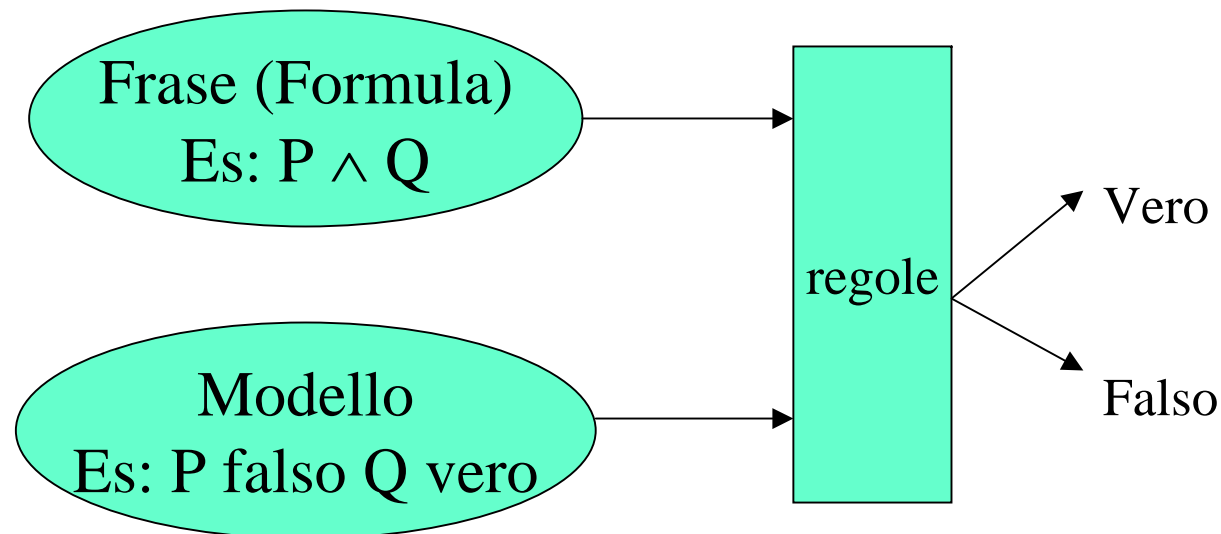
La formula $\neg A \wedge (\neg B \rightarrow C) \wedge D \wedge E$

viene parentetizzata come $((\neg A) \wedge ((\neg B) \rightarrow C) \wedge (D \wedge E))$.

(*) Con la regola: da destra a sinistra a parità di precedenza

Semantica

- **Semantica**: definisce le regole per determinare la verità di una frase rispetto ad uno specifico modello
- Il **modello** (esempio) fissa il valore vero o falso di ogni simbolo proposizionale



Semantica

- Semantica: dato un modello dice come calcolare il valore di verità di ogni frase
- Ogni frase è costituita da frasi atomiche e connettivi
 - Come calcolare la verità delle frasi atomiche
 - Come calcolare (ricorsivamente) la verità delle frasi complesse

Semantica

- True (False) è vero (falso) in ogni modello
- Il valore di verità di ogni simbolo proposizionale P deve essere specificato direttamente nel modello
- Per ogni connettivo esistono delle regole che specificano il valore di verità di una frase complessa per ogni possibile assegnazione di valori di verità ai suoi componenti (tavole di verità)

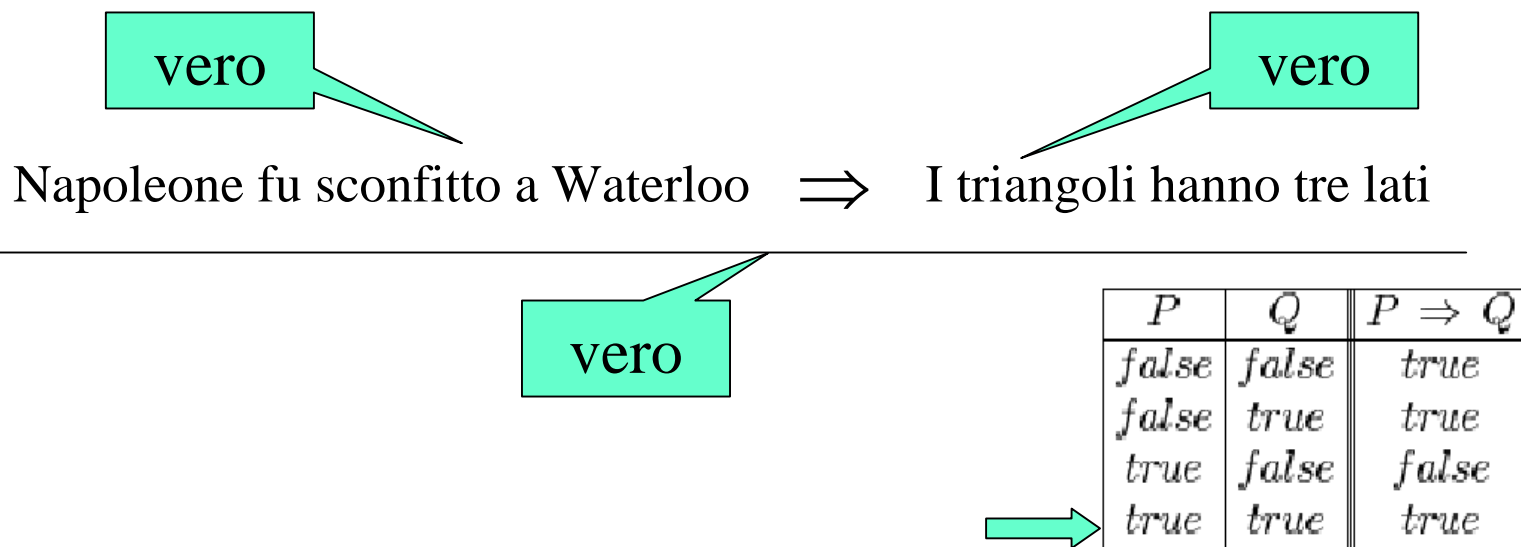
P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>true</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>

Exclusive OR (XOR) false quando P true e Q true



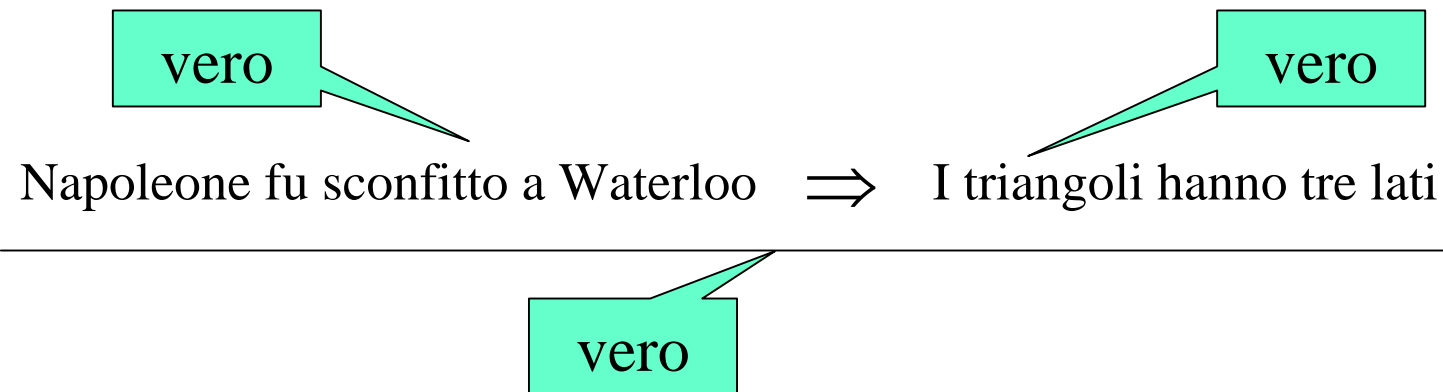
Semantica

- Nota sull'implicazione materiale
- Prima considerazione
 - La logica proposizionale non richiede il rispetto di relazioni di causalità tra P e Q
 - o di senso (come nel linguaggio naturale) tra P e Q



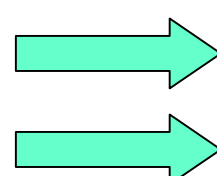
Semantica

- **Semantica:** definisce le regole per determinare la verità di una frase rispetto ad uno specifico modello
 - Logica proposizionale: il modello fissa il valore di verità
 - Linguaggio naturale: il modello fissa il valore di verità rispetto a un “mondo possibile” (es. la storia dell’800)



Semantica

- Seconda considerazione
 - Ogni implicazione è vera quando l'antecedente è falso
 - Il principio codificato dai latini in "ex falso sequitur quodlibet" dal falso si può giungere a tutto, a qualsiasi conclusione



P	Q	$P \Rightarrow Q$
<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>
<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>

- Implicazione logica e implicazione materiale

Logica

\models (oppure \Rightarrow)

Relazione tra proposizioni
(non costruisce nulla)

$A \models B$

Se e solo se B è vero
in tutti i modelli
in cui A è vero

Materiale

\Rightarrow (oppure \rightarrow)

Connettivo logico che permette di
costruire una nuova proposizione,
date due proposizioni

P	Q	$P \Rightarrow Q$
<i>false</i>	<i>false</i>	<i>true</i>
<i>false</i>	<i>true</i>	<i>true</i>
<i>true</i>	<i>false</i>	<i>false</i>
<i>true</i>	<i>true</i>	<i>true</i>