



SYLLABUS DI MATEMATICA

In queste pagine presentiamo il syllabus UNIBG, rielaborazione del Syllabus dell'Unione Matematica Italiana edito nel 1999 con sottotitolo "Conoscenze e capacità per l'accesso all'Università".

Il syllabus UMI contiene una elencazione ragionata delle conoscenze e abilità matematiche necessarie per affrontare gli studi universitari suddivisa per aree tematiche e per raggruppamenti di abilità e competenze.

I docenti di matematica dell'Università di Bergamo, facoltà di Economia e Ingegneria, in collaborazione con insegnanti afferenti al centro MatNet, si sono posti l'obiettivo di elaborare una proposta comune partendo appunto dal syllabus UMI e individuando i punti ritenuti irrinunciabili ai fini di una preparazione di base che si ritiene possa consentire allo studente universitario un proficuo studio della matematica e delle sue applicazioni.

Nel presentare questo Syllabus si intende sottolineare l'importanza, per una proficua prosecuzione dello studio della matematica a livello universitario, che nella preparazione degli studenti si debba riuscire a coniugare la conoscenza di procedure, formule e metodi matematici alla effettiva comprensione dei fondamentali aspetti concettuali e di pensiero matematico da cui essi traggono origine. Consapevoli di quanto sia difficile e complesso perseguire questo obiettivo nell'insegnamento, a qualsiasi livello, della matematica si ritiene che questo syllabus possa costituire un utile terreno di confronto e collaborazione tra scuola e università.

Gli argomenti dei curricula scolastici di matematica, non inclusi nell'elenco proposto, sono ritenuti comunque rilevanti e utili per una preparazione matematica, è quindi importante la loro presenza nei curricula delle scuole superiori secondo le esigenze formative di ogni specifico indirizzo.

Nel syllabus gli argomenti fondamentali solo per la facoltà di Ingegneria sono indicati con un asterisco.

Il gruppo di lavoro, sulla base del syllabus qui proposto, intende elaborare un test da utilizzare per una verifica dei prerequisiti di accesso alle facoltà universitarie che prevedono nei loro curricula lo studio della matematica. Per favorire un'indicazione analitica delle difficoltà riscontrate nella preparazione degli studenti e l'individuazione delle priorità nelle azioni di recupero, si è scelto di presentare i contenuti in tre raggruppamenti di abilità e competenze matematiche in parte riconducibili al quadro di riferimento delle prove OCSE-PISA: riproduzione, rielaborazione, riflessione.

Riproduzione

Le abilità e competenze che rientrano in questo raggruppamento consistono nella riproduzione di argomenti e proprietà matematiche note, l'esecuzione di procedimenti di routine, la manipolazione di espressioni con simboli e formule standard e l'esecuzione di calcoli.

Il raggruppamento della riproduzione riguarda quindi la conoscenza e l'applicazione di contenuti che nella generalità dei casi gli studenti acquisiscono con facilità. Per questi contenuti il test prevede domande dirette finalizzate a verificare una conoscenza di base e la capacità di applicare procedure e metodi fondamentali.



I quesiti per valutare le competenze del raggruppamento della *riproduzione* possono essere definiti da descrittori quali: riproduzione di conoscenze di base, applicazione di procedure fondamentali, esecuzione di operazioni di routine.

Rielaborazione

Le abilità e competenze del raggruppamento della *rielaborazione* presuppongono quelle della *riproduzione* in quanto estendono l'applicazione di concetti e strumenti matematici a situazioni che vanno oltre la pura e semplice routine, pur facendo comunque riferimento ad ambiti familiari o consueti.

I quesiti che rientrano in questo raggruppamento di competenze, che possono richiedere abilità nell'integrare e collegare diverse idee chiave o diverse rappresentazioni di un problema, riguardano contenuti relativamente ai quali, generalmente, si riscontrano carenze. Tali contenuti sono spesso causa di errori dovuti a misconcetti o una conoscenza superficiale. Per questi contenuti sono previste diverse tipologie di domande anche indirette finalizzate a determinare la causa dell'eventuale errore.

I quesiti per valutare le competenze del raggruppamento della *rielaborazione* possono essere definiti da descrittori quali: integrazione, connessione, applicazione di procedure non routinarie.

Riflessione

Le abilità e competenze di questo raggruppamento, che comprendono anche quelle dei precedenti due raggruppamenti, richiedono un elemento di riflessione da parte dello studente sui processi richiesti o utilizzati per affrontare un quesito o un problema.

Abilità e competenze necessarie ad affrontare ambiti problematici complessi e/o meno familiari attraverso la pianificazione, l'applicazione di strategie di soluzione e una visione critica della materia.

I quesiti per valutare le abilità e le competenze del raggruppamento della *riflessione* possono essere definiti da descrittori quali: argomentazione, astrazione, generalizzazione e modellizzazione applicate a contesti non noti.

I docenti di Matematica delle facoltà di Ingegneria
ed Economia dell'Università di Bergamo



Tema 1 Insiemi numerici

1.1 Area della riproduzione

- Riconoscimento di proprietà elementari dei numeri naturali (divisibilità, numeri primi, MCD, mcm).
- Calcolo di espressioni con numeri razionali.
- Calcolo con le potenze e le radici.
- Ordinamento di una sequenza di numeri reali.

1.2 Area della rielaborazione

- Ordini di grandezza e approssimazioni numeriche.
- Proprietà delle potenze e delle radici e applicazioni al calcolo numerico e letterale.
- Proprietà dei logaritmi e applicazioni al calcolo dei logaritmi.
- Concetto di valore assoluto.

1.3 Area della riflessione

- Rappresentazione di un numero naturale in forma polinomiale e in basi diverse.

Tema 2 Algebra elementare, equazioni, disequazioni

2.1 Area della riproduzione

- Scomposizione di un polinomio (raccoglimento a fattore comune, prodotti notevoli, teorema di Ruffini).
- Calcolo di espressioni con frazioni algebriche.
- Risoluzione di equazioni algebriche di 1° e 2° grado a coefficienti numerici.
- Risoluzione di disequazioni algebriche di 1° e 2° grado a coefficienti numerici.
- Risoluzione di sistemi lineari di due equazioni in due incognite.
- Risoluzione delle equazioni di grado superiore al secondo abbassabili di grado.

2.2 Area della rielaborazione

- Analisi e risoluzione di sistemi lineari - di due equazioni in due incognite - determinati, indeterminati, privi di soluzioni.
- Risoluzione di semplici equazioni algebriche mediante applicazione dei principi di equivalenza delle eguaglianze e della legge di annullamento del prodotto.
- Risoluzione di semplici disequazioni e sistemi di disequazioni algebriche mediante l'applicazione dei principi di equivalenza delle disuguaglianze e del metodo del confronto dei segni.
- Risoluzione di semplici disequazioni esponenziali e logaritmiche mediante l'applicazione delle proprietà di monotonia.
- Risoluzione di equazioni e disequazioni con valori assoluti.

2.3 Area della riflessione

- Risoluzione con discussione di equazioni e disequazioni dipendenti da un parametro.

Tema 3 Insiemi, elementi di logica, relazioni, funzioni e proprietà

3.1 Area della riproduzione

- Uso ed interpretazione del linguaggio elementare degli insiemi: diagramma di Venn, appartenenza, inclusione, intersezione, unione, complementare, insieme vuoto.
- Prodotto cartesiano ed il concetto di relazione.
- Connettivi logici: congiunzione, negazione, disgiunzione.



3.2 Area della rielaborazione

- Rappresentazione di un problema mediante un diagramma di Venn.
- Individuazione di ipotesi e tesi nell'enunciato di un teorema.

3.3 Area della riflessione

- Risoluzione di un problema usando un diagramma di Venn.
- Uso dei quantificatori universale e esistenziale
- Uso del controesempio (per dimostrare la falsità di un enunciato o la necessità delle ipotesi)
- Riconoscimento e utilizzo dei termini condizione necessaria, sufficiente, necessaria e sufficiente, proposizione contronominale.

Tema 4 Geometria

(sono indicati con un asterisco gli argomenti fondamentali per la facoltà di Ingegneria)

4.1 Area della riproduzione

- Geometria euclidea piana: incidenza, parallelismo, perpendicolarità, congruenza. *
- Esistenza e unicità della parallela e della perpendicolare per un punto ad una retta assegnata. *
- Luoghi geometrici notevoli (circonferenza, asse di un segmento, bisettrice di un angolo) *
- Triangoli e loro proprietà, triangoli isosceli, equilateri, rettangoli e loro proprietà.
- Parallelogrammi, proprietà e classificazione
- Teoremi di Euclide. *
- Teorema di Talete e similitudine dei triangoli.
- Proprietà segmentarie e angolari del cerchio (corde, secanti, tangenti, arco sotteso da un angolo). *
Angoli al centro e alla circonferenza. *
- Lunghezza della circonferenza e misura degli angoli in radianti.
- Relazioni fondamentali della trigonometria.
- Formule trigonometriche di addizione, duplicazione e bisezione. *
- Calcolo di superfici e volumi (prisma, piramide, cilindro, cono, sfera).
- Trasformazioni geometriche del piano: simmetrie rispetto ad una retta e rispetto ad un punto, traslazioni, rotazioni, omotetie e loro composizioni.
- Il piano cartesiano: coordinate, distanza tra due punti, equazione della retta e sua rappresentazione cartesiana
- Equazione di circonferenze e di semplici luoghi geometrici (parabole, ellissi, iperboli) in sistemi di riferimento opportuni.

4.2 Area della rielaborazione

- Realizzazione di costruzioni geometriche elementari.
- Interpretazione geometrica di equazioni e sistemi di equazioni algebriche di 1° e 2° grado.
- Traduzione analitica di problemi geometrici (retta per due punti, perpendicolare e parallela ad una retta per un punto).
- Trasformazioni geometriche nel piano cartesiano di curve: simmetrie rispetto agli assi e rispetto all'origine, traslazioni, dilatazioni in direzione degli assi coordinati.

4.3 Area della riflessione

- Costruzione di luoghi geometrici.
- Risoluzione di semplici problemi geometrici integrando i metodi analitico e sintetico.
- Individuazione delle trasformazioni applicate ad una curva nota l'equazione della curva trasformata.



Tema 5 Funzioni elementari e grafici

5.1 Area della riproduzione

- Funzioni numeriche: proprietà fondamentali e grafico.
- Funzioni polinomiali di 1° e 2° grado.
- Funzione esponenziale e funzione logaritmica (funzione inversa)
- Funzioni goniometriche : seno, coseno, tangente.

5.2 Area della rielaborazione

- Riconoscimento di relazioni funzionali, distinzione in base al grafico di relazioni funzionali e non, determinazione di immagini e controimmagini.
- Riconoscimento di semplici andamenti funzionali data la rappresentazione tabellare (proporzionalità diretta, proporzionalità inversa, andamento esponenziale).
- Interpretazione del grafico di una funzione (individuazione degli intervalli in cui la funzione assume valori positivi o negativi, cresce o decresce, è invertibile).
- Rappresentazione grafica della funzione inversa di una funzione invertibile.

5.3 Area della riflessione

- Definizione e riconoscimento delle proprietà delle funzioni: iniettiva, suriettiva, biiettiva
- Trasformazioni di funzioni elementari: traslazione, simmetria rispetto agli assi e all'origine, valore assoluto.
- Rappresentazione del grafico di funzioni mediante trasformazioni geometriche.
- Riconoscimento di proprietà della funzione dall'interpretazione del suo grafico: funzione pari, dispari, funzione periodica, dotata di inversa.