

prof. Harold Kuhn

laurea honoris causa
in Economia e
commercio
a.a. 2000/2001

- [lectio magistralis](#)
- [introduzione](#)
- [elogio](#)



Harold W. Kuhn
Department of Mathematics
Princeton University - Princeton, NJ - USA

Lectio Magistralis

*Al posto giusto nel momento giusto**

Signore e Signori. Voglio esprimere la mia riconoscenza per l'onore che mi è stato concesso con questa laurea honoris causa. Sono molto lieto di tornare in questa città dove ho trascorso tanti bei giorni così significativi per i miei studi. Voglio anche ringraziare il Professore Spedicato per l'elogio, troppo, troppo gentile.

È la prima volta che tengo una lezione in italiano. Conto sulla simpatia degli ascoltatori perché non ridano.

Il soggetto di questa lezione è: "al posto giusto nel momento giusto"; in inglese: "being in the right place at the right time."

Il posto giusto è stato il Dipartimento di Matematica dell'Università di Princeton. Il momento giusto è stata la primavera del 1948.

Nella primavera del 1948 ero uno studente di matematica molto povero. Dopo aver terminato il servizio militare nell'esercito americano alla fine della Seconda Guerra Mondiale, ottenni un supporto finanziario per un anno dal "GI Bill of rights" (un programma di borse del governo per ex-militari). Ottenni anche una borsa dal Dipartimento di Matematica di settecento dollari all'anno. Così, dopo aver pagato l'affitto d'una camera e i pasti presso una pensione, non avevo nemmeno il denaro per comprare un paio di scarpe!

È per questa ragione che accettai il lavoro di effettuare il trasloco della casa di Richard Bellman [1] - il padre della "programmazione dinamica"

Una mattina, durante la prima colazione alla pensione, arrivò un addetto della ditta di traslochi ("a moving man") il quale raccontò che il suo assistente era ubriaco e non poteva portare l'arredamento della casa sul camion del trasloco. L'addetto offriva \$10 a chiunque fosse stato in grado di sostituire questo assistente. Il trasloco riguardava una casa piccola; l'arredamento doveva essere portato in California. Queste case erano state costruite nel 1946 dall'Università dopo la guerra per gli ex-militari che erano tornati all'Università. Queste case erano chiamate "caserme temporanee". Sono lì ancora oggi!

Dall'addetto appresi che era l'arredamento di Richard Bellman che stava per lasciare Princeton per l'Università di Stanford in California. Sembrava un modo facile di guadagnare \$10 perché la casa era piccola. Mi ero sbagliato. La moglie di Bellman era una concorrente di un programma televisivo - un "quiz". I premi erano elettrodomestici, e così nella "casa piccola" c'erano due frigoriferi, due televisori, due cucine, eccetera. In conclusione, dovetti lavorare molto per il mio paio di scarpe

Adesso che vi ho convinti che ero uno studente povero, capirete perché andai a chiedere lavoro al Professore Albert Tucker per il periodo estivo. Tucker è stato vice-presidente del Dipartimento di Matematica. Era il momento giusto. Proprio in quei giorni Tucker incontrò George Dantzig, il padre della programmazione lineare. Dantzig era venuto a Princeton per chiedere l'opinione di John von Neumann sul suo lavoro. La storia [2] di questo incontro, benché interessante, non è importante per il nostro racconto. La cosa importante è che Dantzig spiegò l'essenziale della programmazione lineare a Tucker e riferì l'opinione di von Neumann sulla connessione tra la programmazione lineare e la teoria dei giochi. Tucker, da parte sua, pensava che ci fossero rapporti tra il problema di trasporti (The Transportation Problem) e la teoria delle reti elettriche. Così Tucker pensò a un progetto per studiare queste relazioni. In quei giorni dopo la guerra trovare un supporto finanziario per la ricerca era facile e così Tucker mi offrì un lavoro per l'estate del 1948. Il terzo collaboratore in questo lavoro era David Gale che era entrato all'Università di Princeton nel 1947 con me.

Come affrontammo quel problema? Nessuno di noi sapeva nulla della teoria dei giochi. Per imparare questa materia dividemmo il libro di von Neumann e Morgenstern [3] in tre parti. Ogni giorno, uno di noi impartiva una lezione agli altri due sul contenuto di un capitolo. Il risultato di questo lavoro è stato il teorema della dualità per la programmazione lineare secondo il quale ad ogni problema di minimizzazione è associato un problema di massimizzazione costruito con gli stessi dati. Questo lavoro fu presentato a quel mitico convegno di Chicago a cui il Professore Spedicato ha accennato qualche minuto fa. Esso è uno dei capitoli della Cowles Commission Monograph 13 [4], con Tjalling Koopmans curatore, da cui il mondo ha imparato l'esistenza della programmazione lineare di George Dantzig.

In un anno sabbatico a Stanford [5] nell'autunno del 1949, Tucker ripensò alla domanda: quali sono le relazioni tra la programmazione lineare e la teoria delle reti elettriche formulate da Kirchhoff e Maxwell? In quei tempi Tucker aveva compreso il parallelo fra i potenziali elettrici di Maxwell e i moltiplicatori di Lagrange. Inoltre, identificò il problema di minimizzare la perdita di calore nella rete come un problema di programmazione quadratica. Quindi, Tucker scrisse a Gale e a Kuhn, chiedendo loro se volevano scrivere un lavoro sulla programmazione quadratica per estendere la dualità della programmazione lineare. Gale declinò questo invito e Kuhn accettò.

Il lavoro si sviluppò attraverso una corrispondenza epistolare fra Princeton e Stanford. Si ricordi: quelli erano i giorni precedenti la posta elettronica (e-mail) e anche le fotocopiatrici Xerox.

Partendo dalla formulazione di Tucker della programmazione quadratica, passammo in breve tempo al caso generale. L'espressione "programmazione non lineare" fu introdotta nell'articolo che Tucker ed io scrivemmo nella primavera del 1950 [6]. Per noi doveva semplicemente indicare l'estensione al caso non lineare dei risultati conseguiti per la programmazione lineare. Decidemmo anche di dare fondamentale rilievo ad un semplice esempio economico: una variante classica del problema dell'imprenditore che intende massimizzare i profitti utilizzando risorse scarse.

Le ragioni per formulare la programmazione non lineare in questo modo ci erano ben chiare. Gale, Tucker e io avevamo fornito una prova rigorosa della dualità della programmazione lineare, che era già stata affrontata da von Neumann in un dattiloscritto breve e mai pubblicato. Le variabili duali possono essere interpretate come dei moltiplicatori di Lagrange e la dualità può essere espressa come "una proprietà dei valori nel punto di sella". Quando la funzione obiettivo lineare e i vincoli lineari vengono generalizzati e smettono di essere lineari, alquanto miracolosamente appare, come condizione necessaria per una soluzione ottima locale, l'esistenza di moltiplicatori di Lagrange generalizzati e soddisfacenti condizioni che sono duali dei vincoli originari. Esse sono chiamate "condizioni di Kuhn-Tucker" e formano la base della maggior parte degli algoritmi atti a risolvere problemi di programmazione non lineare.

Non so quando il nome "condizioni di Kuhn-Tucker" fu applicato per la prima volta, ma nel 1966 apparve un lavoro di Halkin e Neustadt [7] che parlava delle condizioni di Kuhn-Tucker "classiche, standard, e tradizionali" senza citare il nostro articolo.

Questo è un buon esempio della Legge di Eponimia di Stigler [8] che dice: Nessuna scoperta scientifica è nota per colui che l'ha scoperta.

Questo Stigler non è George Stigler, l'economista; è suo figlio Stephen Stigler che è Professore di Statistica all'Università di Chicago. Nemmeno Stigler ha scoperto questa legge; essa è stata scoperta da Robert K. Merton, Professore di Sociologia. Non posso discutere questa legge a fondo; darò solo qualche esempio. Il teorema di Pitagora [9] era noto qualche secolo prima di Pitagora. Laplace pubblicò la distribuzione di Cauchy [10] nel 1824, ventinove anni prima che Cauchy formulasse la medesima distribuzione. Bienaymé [11] dimostrò la disuguaglianza di Chebychev dieci anni prima del lavoro di Chebychev su questo problema.

Il nostro teorema è un altro esempio. Già in altre occasioni [12] ho raccontato che risultati simili alle "condizioni di Kuhn-Tucker" furono ottenuti da William Karush [13] nel 1939 e da Fritz John [14] nel 1948. Noi venimmo a conoscenza del lavoro di John quando il nostro saggio era in stampa: lo dimostra il fatto che, quando abbiamo inserito il riferimento al suo lavoro non abbiamo rinumerato correttamente la bibliografia. Invece, io non seppi del lavoro di Karush fino al 1974 quando uscì il libro di Takayama [15] sull'economia matematica. Questo libro citava il lavoro di Karush.

Nonostante fosse conosciuto da molti studiosi, specialmente dai matematici collegati alla scuola del calcolo delle variazioni di Chicago, è senz'altro vero che il lavoro di Karush è stato ignorato fino a venticinque anni fa. Ho condotto un'esauriente ricerca sulla letteratura antecedente il 1974 e ho trovato solo quattro citazioni da aggiungere al libro di Takayama. Naturalmente una ragione dipende dal fatto che il lavoro di Karush non fu pubblicato. Si tratta di una tesi di master svolta all'Università di Chicago sotto la guida di L. M. Graves, che aveva proposto il problema. È scritta negli ultimi anni della influente scuola di calcolo delle variazioni fiorita a Chicago. Si può presumere che il problema sia stato posto come versione finito-dimensionale di ricerche poi continuate nel calcolo delle variazioni con condizioni al contorno espresse da disequazioni. A Karush, studente universitario in cerca di affermazione e completamente impegnato nel suo Ph. D., non venne mai in mente di pubblicare il suo lavoro. Né Graves lo incoraggiò a farlo. Inoltre, e questo è un fatto ben più importante per la nostra ricostruzione, lo studio si svolse tutto all'interno della matematica pura, senza

alcun legame con l'economia; nessuno anticipò il futuro interesse per questi problemi e per la loro potenziale applicazione pratica.

Lasciando da parte i problemi di priorità, che cosa condusse Fritz John a considerare questo problema? La sua motivazione è legata alla prova di un teorema geometrico secondo il quale la frontiera di un insieme convesso compatto in uno spazio euclideo n -dimensionale giace tra due ellissoidi omotetici di rapporto non maggiore di n . Nelle dimensioni 2 e 3, il risultato è stato provato negli anni Trenta; usando gli strumenti della teoria delle disequazioni lineari, John fu in grado di provare il risultato generale come un'applicazione di un teorema che esprime condizioni necessarie simili alle "condizioni di Kuhn-Tucker". L'articolo che ne venne fuori fu rifiutato dal *Duke Mathematical Journal*; questo rifiuto ebbe il risultato di concedere più tempo per esplorare le implicazioni della tecnica usata per derivare condizioni necessarie per il minimo di una quantità soggetta a vincoli di disuguaglianza.

Nel risolvere questo problema, Fritz John fu aiutato da un principio euristico spesso sottolineato da Richard Courant, vale a dire che in un problema di variazioni dove un vincolo è una disequazione, una soluzione spesso si comporta come se la disuguaglianza fosse assente, o soddisfacesse una stretta uguaglianza. È stato il destino a volere che fosse il sessantesimo compleanno di Courant nel 1948 a dare a John l'occasione per completare e pubblicare il suo articolo.

Dopo questo breve racconto sulla scoperta indipendente delle condizioni necessarie possiamo ora proporre una risposta alla domanda: quali erano i fattori che condussero alla loro straordinaria, rapida e ampia applicazione dopo la pubblicazione del lavoro di Kuhn-Tucker? La risposta è l'insieme di tre fattori. Tutti e tre sono necessari; due di loro non sarebbero sufficienti.

Primo, i modelli della programmazione non lineare erano abbastanza flessibili per comprendere un'ampia classe di problemi della vita reale che non erano stati affrontati con tecniche soddisfacenti. Sociologicamente, dopo il successo di alcuni modelli della ricerca operativa nella Seconda Guerra Mondiale, le maggiori industrie erano pronte a tentare di applicare modelli analoghi.

Secondo, un grande numero di algoritmi per la programmazione non lineare ha reso possibile la determinazione di soluzioni di problemi non lineari utilizzando le condizioni necessarie stabilite da Karush, Kuhn e Tucker.

Terzo, e di gran lunga il più importante, in concomitanza con i primi due fattori, i primi anni Cinquanta hanno visto lo sviluppo e la rapida espansione dei computer. Nel 1953 esisteva un solo computer programmato per risolvere problemi di programmazione lineare con venticinque variabili e venticinque vincoli. Oggi, persino i computer da tavolo possono risolvere problemi pratici di portata sempre maggiore.

Devo inserire un altro "momento giusto": nell'autunno del 1966 quando Giorgio Szegő mi telefonò per la prima volta. Così è cominciata una collaborazione per me molto importante.

In conclusione: questa occasione mi dà l'opportunità di rendere omaggio ad Albert W. Tucker, che è stato mio amico e collega per più di quarantasette anni. Matematico creativo e superbo oratore, egli era famoso per la capacità di trovare sostegni finanziari e di creare l'atmosfera congeniale ad un ampio numero di matematici che lavoravano a quella che oggi è chiamata "finite mathematics", un termine da lui coniato. È stato una fortuna per me trovarmi nel momento giusto a lavorare con lui.

(*) Preliminary versions of the text were improved by Bruno Bertotti, Emilia Carulli, Clifford Kuhn, and Marida Bertocchi. The author is responsible for the errors in Italian that remain.

Bibliography

1. [1] Richard Bellman (1957) *Dynamic Programming*, Princeton University Press.
2. [2] G. B. Dantzig (1991) Linear Programming, in Lenstra, A. H. G Rinnoy Kan, A. Schrijver (eds) *History of*

Mathematical Programming, North-Holland, Amsterdam.

3. [3] John von Neumann, Oskar Morgenstern (1944) *The Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press.
4. [4] D. Gale, H. W. Kuhn, A. W. Tucker (1951) Linear Programming and the Theory of Games, in: T. C. Koopmans (ed) *Activity Analysis of Production and Allocation*, Wiley, New York, pp. 317-329.
5. [5] A. W. Tucker (1985) *The Princeton Mathematics Community in the 1930s*, Transcript Number 39, Seeley G. Mudd Manuscript Library, Princeton University
6. [6] H. W. Kuhn, A. W. Tucker (1951) Nonlinear Programming, in: J. Neyman (ed) *Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, University of California Press, Berkeley, pp. 481-492.
7. [7] H. Halkin, L. W. Neustadt (1966) General necessary conditions for optimization problems. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* 56, pp 1066-1071.
8. [8] S. M. Stigler (1980) Stigler's Law of Eponymy, in *Transactions New York Academy of Sciences*, pp. 147 - 157
9. [9] A. Tian-Tse (1978) Chinese Interest in Right-Angled Triangles, *Historia Mathematica* 5, pp. 253-266.
10. [10] H. M. Walker (1929) *Studies in the History of Statistical Method*, reprinted (1975) Arno Press, New York, N. Y.
11. [11] C. C. Heyde, E. Seneta (1977) I. J. Bienaymé *Statistical Theory Anticipated*, Springer-Verlag, New York, N. Y.
12. [12] H. W. Kuhn (1976) Nonlinear Programming: A Historical View, in R. W. Cottle, C. E. Lemke (eds) *Nonlinear Programming*, SIAMAMS Proceedings 9, pp. 1-26
13. [13] W. Karush (1939) *Minima of functions of Several Variables with Inequalities as Side Conditions*, M.Sc. Thesis, Department of Mathematics, University of Chicago, [Una sintesi di questo lavoro è stata pubblicata come appendice in [12].1
14. [14] F. John (1948) Extremum problems with inequalities as subsidiary conditions, *Studies and Essays, presented to Richard Courant on his 60th Birthday*, January 8, 1948, Interscience, New York, N. Y. pp. 187-204.
15. [15] A. Takayama (1974) *Mathematical Economics*, Drydale Press, Hinsdale, Ill.

Introduzione alle lauree Honoris Causa

Intervento del Preside della Facoltà di Economia
Prof.ssa Maria Ida Bertocchi

Un caloroso benvenuto a tutti coloro, Autorità, Gentili Ospiti, Signori, Signore qui presenti che avete voluto unirvi al Corpo accademico per la celebrazione di un evento solenne quale il conferimento di lauree honoris causa in concomitanza all'apertura ufficiale dell'anno accademico 2000-2001.

Obiettivo della mia breve presentazione è di illustrare le motivazioni che ci hanno spinto a scegliere i candidati alle due lauree che verranno oggi conferite dal Magnifico Rettore.

Forse non tutti sanno che l'Unesco, nel 1997, dietro sollecitazione dell'International Mathematical Union, adottò all'unanimità la risoluzione di proclamare il 2000 Anno mondiale della matematica con le seguenti motivazioni [1]:

La Conferenza generale:

- considerata l'importanza della matematica e delle sue applicazioni nel mondo odierno nei riguardi della scienza, della tecnologia, delle telecomunicazioni, dell'economia e di numerosi altri campi;
- consapevole che la matematica ha profonde radici in molte culture e che i più importanti pensatori per migliaia di anni hanno portato contributi significativi al suo sviluppo;
- consapevole che il linguaggio e i valori della matematica sono universali e, in

quanto tali, ideali per incoraggiare e realizzare la cooperazione internazionale;

- sottolineando il ruolo chiave dell'educazione matematica, in particolare al livello della scuola primaria e secondaria, sia per la comprensione dei concetti matematici di base che per lo sviluppo del pensiero razionale;
- accoglie favorevolmente l'iniziativa dell'International Mathematical Union, di dichiarare l'anno 2000 Anno mondiale della matematica e di organizzare nel suo contesto attività per promuovere la matematica in tutto il mondo e a tutti i livelli;
- decide di appoggiare l'iniziativa Anno mondiale della matematica 2000.

Nella dichiarazione emergono in modo inequivocabile gli obiettivi di tale proclamazione.

In verità gran parte degli sviluppi tecnologici del mondo moderno è basata sull'utilizzo di risultati, anche recenti, della Matematica, della Ricerca Operativa e del Calcolo numerico: dai trasporti su terra, su mare e nello spazio alle telecomunicazioni, alle previsioni meteorologiche, alle tecnologie mediche e ingegneristiche, all'aiuto per le decisioni in campo sanitario, economico, aziendale, finanziario.

A chi si pone domande sull'utilizzo concreto di qualsiasi teoria matematica potrei ricordare, fra mille esempi, che le coniche, scoperte da Apollonio nel terzo secolo avanti Cristo, furono applicate da Keplero molti secoli dopo per descrivere il moto dei pianeti; che la Teoria della relatività non avrebbe potuto svilupparsi senza il calcolo tensoriale; che molte applicazioni economiche e finanziarie della Programmazione matematica sono basate su teoremi di Harold Kuhn e Giorgio Szegő.

Ciò nonostante, mi è capitato molto spesso di sentirmi richiedere in cosa consiste l'attività di un matematico!

Credo che poche persone ne abbiano un'idea chiara, conoscano veramente i problemi di cui si occupa, comprendano come lavora, da quali motivazioni e stimoli è mosso, quali sono le intuizioni e i processi mentali che conducono alle sue scoperte. In realtà questa incomprensione riguarda gran parte del sapere scientifico ed è alla base della sua difficoltà di penetrazione nella cultura contemporanea.

Un'idea largamente diffusa afferma che la matematica si occupa di costruzioni arbitrarie della mente, quali numeri, figure, relazioni. Essa è tuttavia capace di diventare linguaggio e strumento per descrivere i fenomeni di altre scienze. È sicuramente da questi molteplici aspetti che nasce il fascino della matematica, ma forse anche l'origine di alcune incomprensioni, in quanto il privilegiare un aspetto finisce per trascurarne altri, non meno importanti.

Nell'ultimo decennio in Italia si è assistito, anche per una scarsa larghezza di vedute nel settore così strategico e così scarsamente considerato della formazione, a una graduale riduzione del numero di giovani che decidono di scegliere un percorso formativo nel settore matematico-scientifico e quindi ad una mancanza di iscrizioni ai corsi di laurea dell'area matematica o di scienze affini. A fronte di un calo degli iscritti di oltre il 50%, si affiancano le richieste delle imprese costrette a ricercare personale con competenze scientifiche al di fuori del territorio nazionale.

Il Dipartimento di Matematica, Statistica, Informatica e Applicazioni della nostra Università ha una posizione ormai consolidata nel panorama nazionale e internazionale, è nato ed ha operato per più di 25 anni all'interno della Facoltà di Economia contribuendo in modo fondamentale allo sviluppo della medesima. Grazie a questo apporto, la Facoltà di Economia dell'Università di Bergamo si colloca pertanto per gli aspetti quantitativi-computazionali tra le più significative a livello nazionale.

Per sottolineare l'importanza dell'iniziativa dell'UNESCO e per rafforzare sia nelle forze politiche ed istituzionali sia nei possibili utenti della formazione l'importanza di sviluppare capacità di ragionamento rigoroso e nel contempo generale, la Facoltà di Economia ha deliberato di conferire la

laurea honoris causa in Economia e Commercio a due eminenti studiosi, Il Prof. Harold Kuhn della Princeton University e il Prof. Giorgio Szegö dell'Università La Sapienza di Roma.

Il prof. Kuhn, laureato in Matematica, ha avuto in passato significativi contatti scientifici con l'Università di Bergamo organizzando, tra l'altro, convegni di rilevanza internazionale sulla interfaccia fra matematica ed economia.

Il prof. Szegö, laureato in Fisica, ha contribuito fortemente allo sviluppo della Università bergamasca di cui è stato Rettore per molti anni.

Entrambi i professori hanno dato importantissimi contributi a livello internazionale alla teoria ed ai metodi matematici, con fondamentali applicazioni nel campo delle scienze economiche e finanziarie.

Il mio augurio è che la cerimonia a seguire, oltre a rendere merito ai due celebri studiosi, costituisca forte incitamento per i Docenti della nostra Università a perseguire obiettivi di ricerca sia teorica che applicata nel puro intento di approfondimento delle conoscenze e miglioramento della società ma anche forte invito alle istituzioni locali e alle imprese a comprendere i profondi ed inscindibili legami tra ricerca e quotidiana realtà e pertanto a sostenere la ricerca con finanziamenti mirati e adeguati.

Bibliografia

1. Ciliberto, C., Conte, A., Freguglia, P., Giusti, E., Gödel, K., Guerraggio, A., Lolli, G., Odifreddi, P. "WMY 2000. Anno mondiale della matematica", Bollati Boringhieri, Torino, 2000.
2. Spedicato, E. "Il 2000. Anno mondiale della Matematica", Quaderni del Dipartimento di Matematica, Statistica, Informatica e Applicazioni, n. 3, 2000.
3. Ulam, S.M. "Avventure di un matematico", Sellerio, Palermo, 1995.

Elogio del Prof. Harold Kuhn

da parte del Prof. Emilio Spedicato
Docente di Ricerca Operativa

Sono onorato di avere oggi l'opportunità di fare una breve presentazione del prof. Harold Kuhn, sotto il profilo biografico e della produzione scientifica.

Ho conosciuto il prof. Kuhn nel 1979, in occasione di una CREST Summer School sull'ottimizzazione non lineare, tenutasi presso l'Università di Bergamo (e l'anno successivo presso il Politecnico di Hatfield).

Fui allora particolarmente impressionato oltre che dalla originalità del suo contributo, dalla vastità dei suoi interessi anche in campo umanistico, nonché dalla sua padronanza di varie lingue. Ho avuto successivamente l'occasione di essere ospite suo durante una mia visita a Princeton. Grazie a lui ho potuto recentemente entrare in contatto con la famiglia del grande studioso Immanuel Velikovsky, amico di Einstein. Velikovsky fu autore di monografie rivoluzionarie nel campo degli studi delle antiche civiltà, fra cui *Mondi in Collisione*, di cui prevediamo celebrare i cinquanta anni dalla pubblicazione con un convegno a Bergamo.

Oggi l'Università di Bergamo, conferendo al prof. Kuhn la laurea honoris causa in economia, compie un atto di riconoscimento verso un grande matematico del secolo per i suoi contributi fondamentali in vari settori ed in particolare per le ricadute di tali contributi matematici nel campo delle scienze economiche, dove l'utilizzo di strumenti quantitativi sofisticati e potenti deve molto al prof. Kuhn.

L'importanza dei contributi dati da Kuhn è tale da fare ipotizzare anche il conferimento di un premio Nobel. Oggi assegnano una laurea honoris causa anche al prof. Giorgio Szegő, amico e collaboratore di Kuhn. La feconda collaborazione fra Kuhn e Szegő ha portato ad un innalzamento della qualità scientifica delle ricerche in Italia nel settore economico-finanziario.

Ha portato in particolare l'Università di Bergamo in una delle posizioni di punta in questo campo, grazie alla presenza di allievi del prof. Szegő.

Cenni biografici

Il prof. Harold Kuhn, nato in California nel 1925, dopo avere svolto negli anni 1944-46 il servizio militare con specializzazione in giapponese, ottenne master e dottorato in matematica presso la Princeton University. Dopo avere soggiornato alcuni anni in Europa (Londra e Parigi), ed avere insegnato al Bryn Mawr College per sei anni, tornò a Princeton, dove si è essenzialmente svolta la sua attività successiva e dove è ora Professore Emerito in Economia Matematica.

Oltre all'attività accademica, Kuhn è stato consulente in varie società e organizzazioni governative. È stato uno dei fondatori della società di ricerca MATHEMATICA. Si è occupato di importanti progetti di ricerca applicata, fra cui modelli di traffico e problemi relativi alla sicurezza dello stoccaggio delle armi atomiche ed al disarmo.

È stato presidente del SIAM, la Society for Industrial Applications of Mathematics, così importante negli Stati Uniti, e segretario della Division of Mathematics della National Academy of Sciences. È stato per molti anni membro del National Research Council e di altri importanti comitati nel mondo accademico e della ricerca. In particolare quale membro del Princeton University Advisory Committee on Policy nel 67/71 ha dato un determinante contributo alla rideterminazione in senso più democratico del ruolo degli studenti nella gestione della Università di Princeton, modello poi esteso all'intero sistema universitario americano.

Sul piano didattico, il prof. Kuhn, oltre a corsi in varie discipline matematiche di base ed avanzate, ha insegnato nel campo della matematica applicata all'economia (price theory, managerial economics, micro-economics, trade theory).

Risultati scientifici

L'attività scientifica del prof. Kuhn è stata di altissimo livello qualitativo (sul piano quantitativo, il centinaio di pubblicazioni sue si pone ad un livello intermedio fra il piccolo numero di lavori di grandi matematici come Riemann e la sterminata produzione di Erdos, oltre 2000 lavori, o di Eulero, autore di circa un quarto dell'intera produzione matematica del diciottesimo secolo).

Tale attività ha riguardato vari campi della matematica teorica ed applicata, ha aperto nuove linee di ricerca ed illuminato di nuova comprensione linee di ricerca proposte da altri. Ha riguardato la matematica continua e quella discreta, dimostrando capacità mentali che non sono di tutti i matematici.

Ha riguardato temi squisitamente astratti, temi classici (fra cui una nuova dimostrazione del teorema fondamentale dell'algebra, dove la classica dimostrazione di Gauss aveva quello che Smale ha definito un "immense gap").

Ha riguardato applicazioni a problemi specifici, coniugando il calcolo numerico all'analisi profonda del modello matematico.

Il nome di Kuhn è oramai associato nella storia della matematica, unitamente a quello di Tucker, suo collega a Princeton, alle cosiddette *condizioni di ottimalità di Kuhn-Tucker* o più brevemente *condizioni KT*, che caratterizzano i punti di ottimo (o di equilibrio) per funzioni, in generale non

lineari, in spazi ad n dimensioni con vincoli di eguaglianza e di disuguaglianza. Anche se altri autori, fra cui Karush e Kantorovich, avevano già lavorato su tale problema (per cui si parla anche di condizioni KKT o, raramente, KKKT), è fuori discussione che siano stati Kuhn e Tucker, con la loro originale ed indipendente derivazione delle condizioni, e con la loro capacità di comunicazione della importanza del risultato, ad aprire per la matematica due linee di ricerca che negli anni successivi sono state fecondissime: quella delle condizioni di ottimalità sotto le più svariate caratterizzazioni funzionali, e quella degli algoritmi per la costruzione numerica dei punti ottimali, resi possibili dalla particolare forma algebrica delle condizioni KT.

Grazie a tali algoritmi si hanno ora potenti strumenti di calcolo per la soluzione del problema dell'ottimo vincolato, di enorme importanza nelle applicazioni scientifiche, tecnologiche ed economiche. Qui ricordiamo come vari risultati sui cosiddetti sistemi lineari I

Un contributo fondamentale è stato dato da Kuhn allo sviluppo dei cosiddetti *metodi simpliciali e di continuazione* per la determinazione di tutte le radici di sistemi algebrici non lineari, con particolare riferimento ai sistemi di polinomi. Equazioni non lineari appaiono in vari problemi ed in particolare nella discretizzazione di equazioni differenziali. I metodi classici (Newton, Broyden...) permettono una veloce approssimazione della soluzione in generale solo quando sia nota una buona stima della stessa, il che non è sempre possibile. I metodi studiati da Kuhn godono della convergenza globale utilizzando risultati potenti dell'analisi (teoremi di Brouwer, Kakutani...). In questo campo Kuhn non solo ha proposto ed analizzato nuovi algoritmi, ma si è anche misurato nella produzione di software, fra cui devo ricordare il bel programma in Basic che mise a disposizione degli studenti durante i corsi CREST.

Uno dei metodi fondamentali nella ottimizzazione combinatoria è il cosiddetto *metodo ungherese*. Tale metodo, il cui nome è stato introdotto da Kuhn, è dovuto a due grandi matematici ungheresi, Koenig (morto suicida nel 1944 per sfuggire alla persecuzione fascista) ed Egervary (morto anch'egli suicida nel 1958, per effetto di persecuzione comunista). Esso deve la sua fama nel mondo proprio a Kuhn, che nel 1955 tradusse dall'ungherese, e quindi rese disponibile alla comunità mondiale, il lavoro che nel 1931 Egervary aveva pubblicato su *Matematikai es Fizikai Lapok*, ovvero *Fogli di Matematica e Fisica*. Il metodo ungherese fu successivamente sviluppato ed applicato a vari problemi da Kuhn. Non possiamo non sottolineare qui come la grandezza scientifica, ed anche morale, di uno scienziato si misuri anche dalla capacità di scoprire e valorizzare contributi scientifici di altri studiosi che per vari motivi siano restati ignorati. Vorremmo qui accennare anche come Egervary sia anche all'origine dei metodi a riduzione di rango che, come metodi ABS, sono stati negli ultimi anni sviluppati presso l'Università di Bergamo, portando recentemente alla generalizzazione per sistemi lineari del classico teorema di Euclide-Diofanto-Eulero sulla solubilità di una equazione lineare diofantina.

Fondamentali sono stati i contributi di Kuhn nel settore della teoria dei giochi, in particolare con riferimento al problema dell'equilibrio di Nash per *i giochi bimatriciali* ed ai cosiddetti *giochi estensivi*. Kuhn, amico personale di Nash, è stato il matematico che ha presentato il profilo scientifico di Nash durante la cerimonia della consegna del premio Nobel a Nash. Auguriamo a Kuhn che sia a sua volta Nash a presentarlo quando, come auspichiamo avvenga presto, anche l'attività scientifica sua sia premiata da un Nobel.

Il prof. Kuhn ha organizzato numerose conferenze internazionali. Fra queste la prima, mitica, Mathematical Programming Conference numero zero, la madre di tutte le conferenze di Mathematical Programming, tenutasi a Chicago nel 1949. Alcuni dei matematici che hanno partecipato a questa conferenza hanno successivamente ottenuto il premio Nobel per l'Economia.

Nel 1967 Kuhn organizzò il primo seminario internazionale sui metodi matematici applicati all'economia (NATO Summer School on Mathematical System Theory and Economics), presso la Villa Monastero di Varenna, in collaborazione con il prof. Szegö. Questo evento è stato il primo momento di una fruttuosa collaborazione ed ha contribuito fra l'altro ad orientare gli interessi

scientifici del prof. Szegő verso la matematica per le scienze economiche e finanziarie, con importanti conseguenze in questo settore per il mondo scientifico bergamasco.

Ringraziamo quindi il prof. Kuhn per gli stimoli che ha dato al mondo scientifico italiano e per avere onorato Bergamo con l'accettazione della laurea honoris causa.

[Pubblicazioni](#)